

Mechanika techniczna
Kod grupy: R00-48a
MMM012013

Redukcja płaskiego układu sił. Równania równowagi

Katedra Mechaniki i Inżynierii Materiałowej

Krzysztof Jamroziak

e-mail: krzysztof.jamroziak@pwr.edu.pl

Tel. 71 320 27 60

Konsultacje: Piątek: godz. 14.30-15.30



HR EXCELLENCE IN RESEARCH



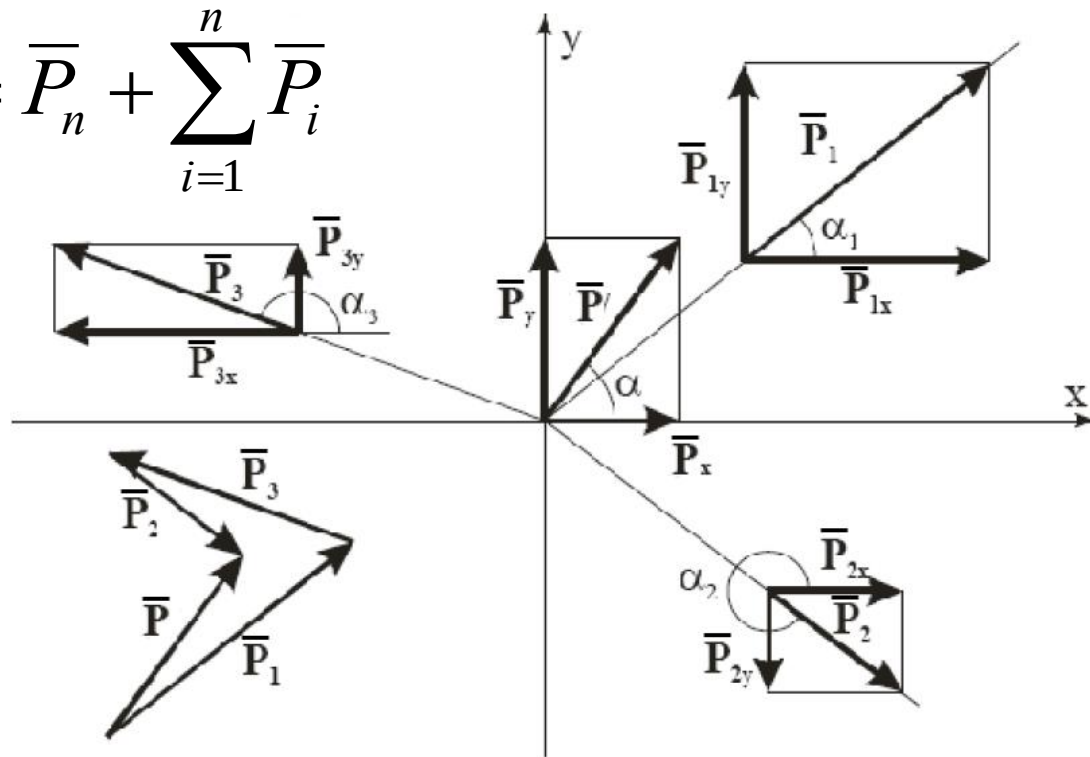
Wrocław University
of Science and Technology

Zbieżny układ sił. Równowaga trzech sił

Układ sił, których linie działania przecinają się w jednym punkcie – **zbieżny układ sił**.

Wypadkowa sił jest równa sumie geometrycznej a jej linia działania przechodzi przez punkt O.

$$\bar{P} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \dots + \bar{P}_n = \bar{P}_n + \sum_{i=1}^n \bar{P}_i$$



Rys. 1.

Redukcja zbieżnego układu sił

Redukcja zbieżnego układu sił sprowadza się do zastąpienia działaniem siły wypadkowej – **wektora głównego** będącego sumą wszystkich sił działających na ciało, przyczepionego w punkcie ich kierunku działania.

Metoda analityczna

Składowe sił układu:

$$P_x = \sum_{i=1}^n P_i \cos \alpha_i$$

$$P_y = \sum_{i=1}^n P_i \sin \alpha_i$$

Metoda analityczna

Składowe wypadkowej:

$$P_x = P_{1x} + P_{2x} + \dots + P_{nx} = P_1 \cos \alpha_1 + P_2 \cos \alpha_2 + P_n \cos \alpha_n$$

$$P_y = P_{1y} + P_{2y} + \dots + P_{ny} = P_1 \sin \alpha_1 + P_2 \sin \alpha_2 + P_n \sin \alpha_n$$

Wartość wypadkowa siły:

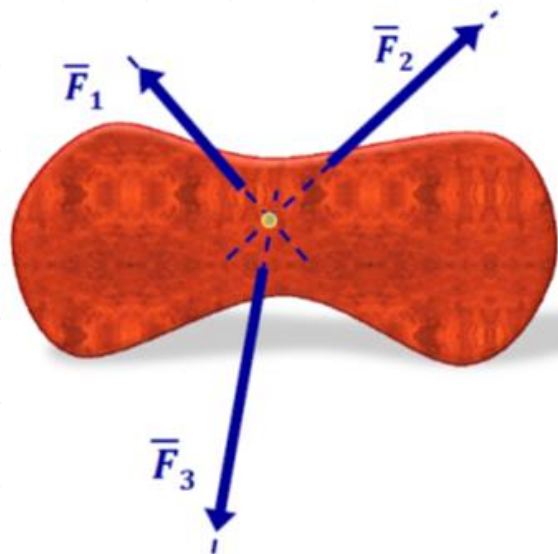
$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

Kierunek wypadkowej:

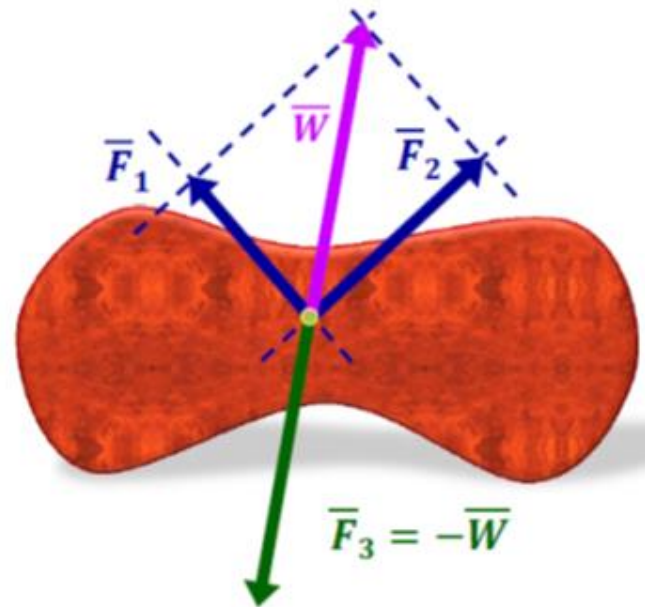
$$\cos \alpha = \frac{P_x}{P} \quad \sin \alpha = \frac{P_y}{P} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{P_y}{P_x}$$

Równowaga trzech sił

Układ trzech sił jest w równowadze jeżeli kierunki działania tych sił przecinają się w jednym punkcie (siły tworzą układ zbieżny) oraz wielobok utworzony z tych sił jest wielobokiem zamkniętym (Rys. 2)



Rys. 2.



Aksjomat 3: Wypadkowa dwóch sił przechodzi przez punkt ich przecięcia i wyraża się długością przekątnej równoległoboku zbudowanego na tych siłach.

Aksjomat 1: Dwie siły równoważą się wzajemnie jeśli mają jednakowe wartości (moduły), działają wzdłuż jednego kierunku i mają przeciwne zwroty.

Warunki równowagi

Zbieżny układ sił jest w równowadze, gdy wielobok sił działających na ciało jest **wielobokiem zamkniętym** (wektor główny jest równy zero).

W zapisie wektorowym:

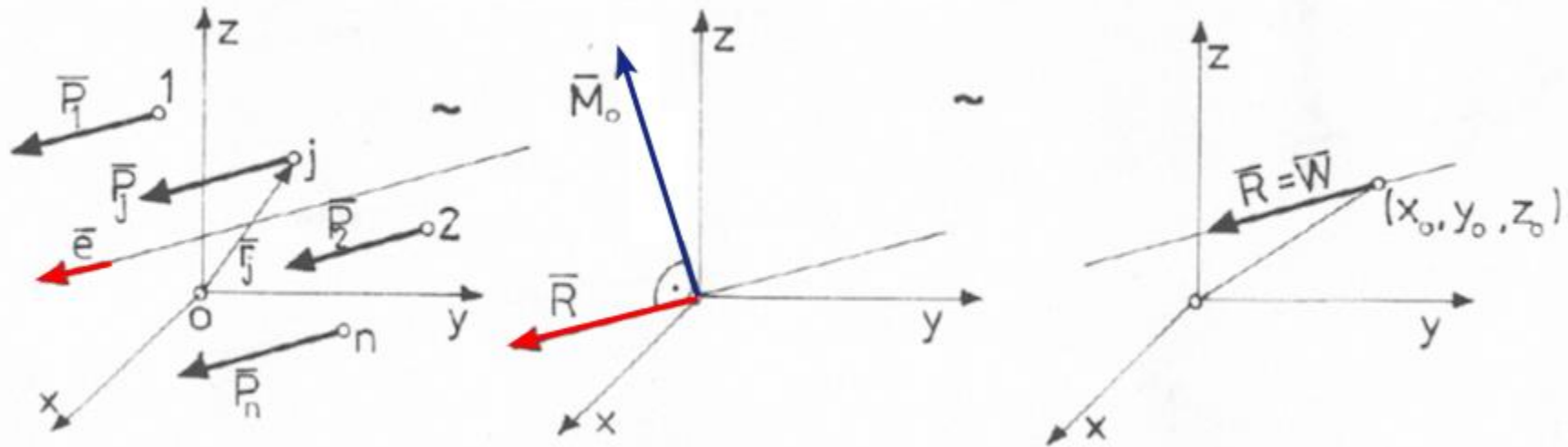
$$\bar{P} = 0 \Rightarrow \bar{P} = \sum_{i=1}^n \bar{P}_i = 0$$

W zapisie analitycznym:

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^n \bar{P}_i = 0 \Rightarrow \begin{cases} P_x = \sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \\ P_y = \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \end{cases}$$

Siły równoległe

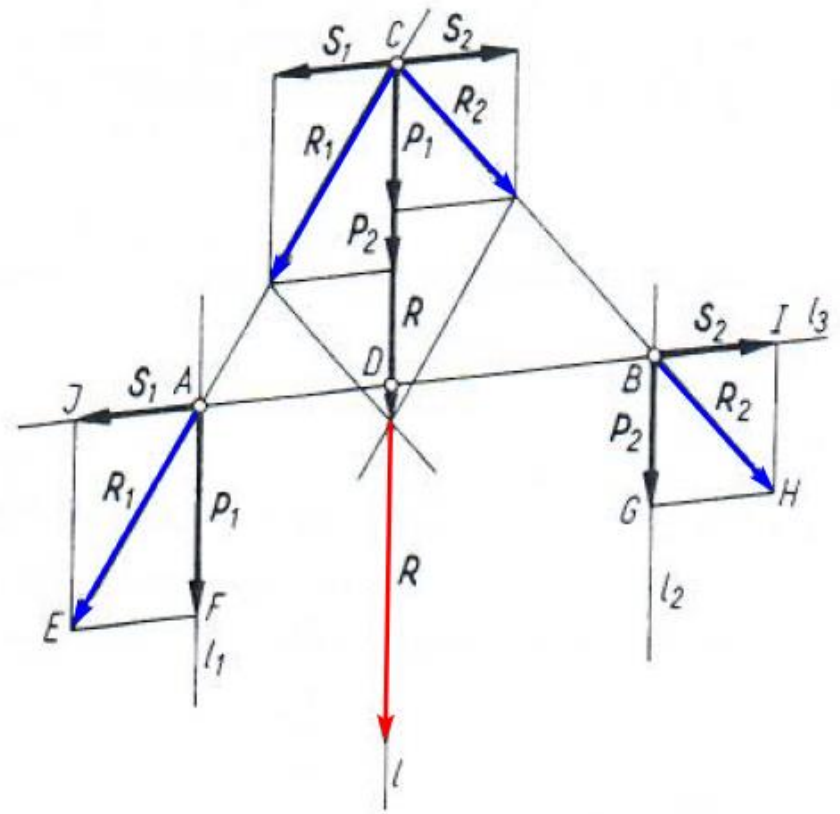
Równoległy układ sił występuje wtedy, gdy linie działania wszystkich sił są do siebie równoległe. Kierunek działania sił określamy za pomocą wektora jednostkowego $\bar{e}$ (Rys. 3).



Rys. 3.

Siły równoległe

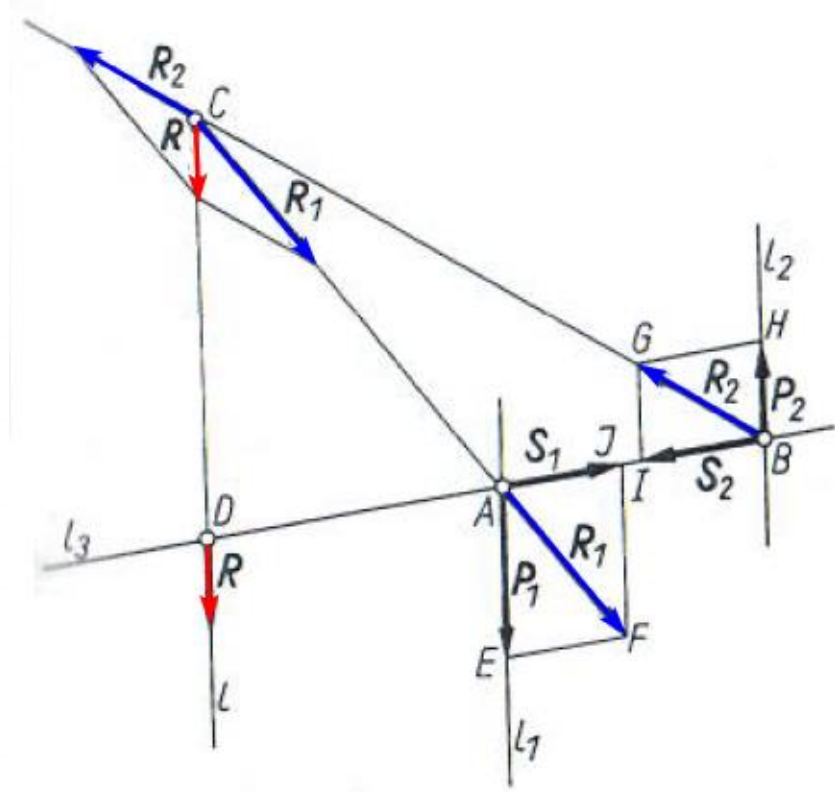
Rys. 4a.



Wypadkowa dwóch sił równoległych zgodnie skierowanych działania równoległe do tych sił i ma zwrot zgodny ze zwrotem tych sił. Jej wartość jest równa sumie wartości tych sił, a jej linia działania dzieli wewnętrznę odległość między liniami działania sił w stosunku odwrotnie proporcjonalnym do wartości tych sił.

Siły równoległe

Rys. 4b.

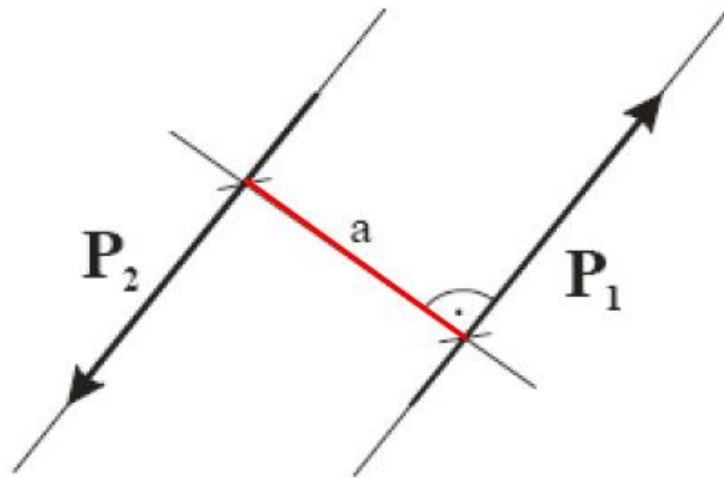


Wypadkowa dwóch sił równoległych przeciwnie skierowanych działania równoległe do tych sił i ma zwrot zgodny ze zwrotem siły większej. Jej wartość jest różnicą wartości tych dwóch sił, a jej linia działania dzieli zewnętrzną odległość między liniami działania tych sił w stosunku odwrotnie proporcjonalnym do ich wartości i leży po stronie siły większej.

Para sił

Parę sił stanowią dwie siły o równoległych liniach działania, o przeciwnych zwrotach, zaś o tych samych wartościach.

Ramię pary siły to odległość pomiędzy kierunkami sił i nosi nazwę ramienia pary sił.



$$P_1 = P_2 = P$$

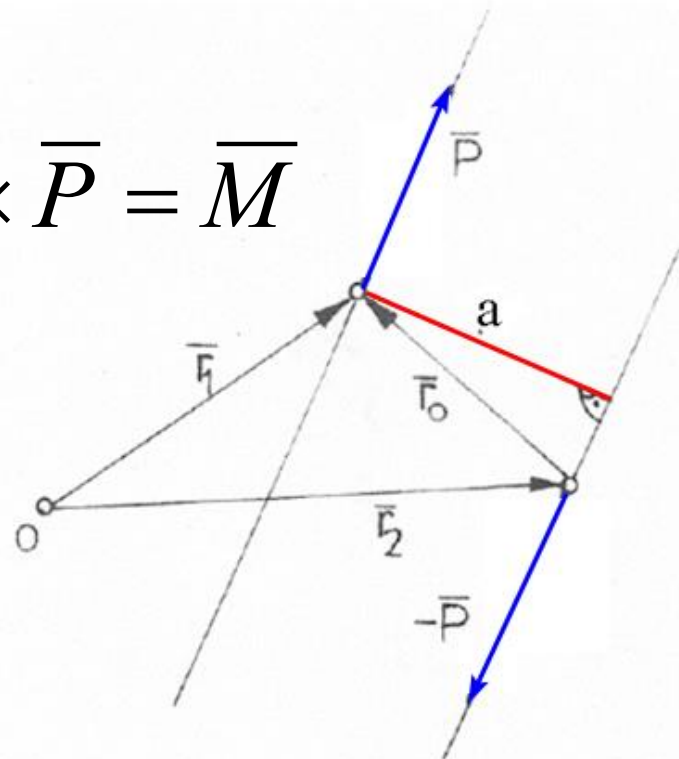
$$M = Pa$$

Rys. 5.

Para sił

$$\overline{M}_0 = \overline{r}_1 \times \overline{P} - \overline{r}_2 \times \overline{P} = \overline{r}_0 \times \overline{P} = \overline{M}$$

Rys. 6.



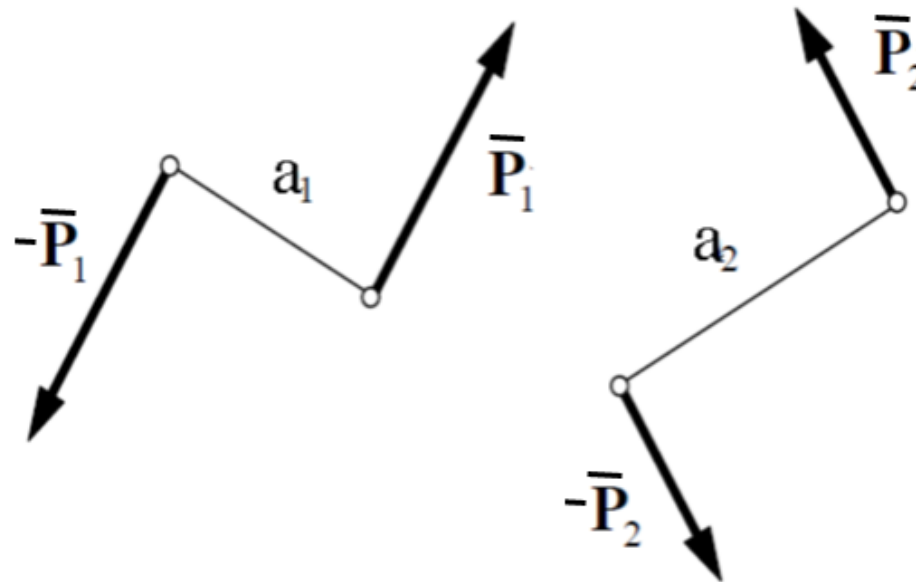
Moment pary sił jest niezależny od wyboru punktu O i jest wielkością stałą, a jego wartość równa się iloczynowi wartości jednej z sił pary i odległości między siłami.

$$M = P \cdot a$$

Twierdzenie o parach sił

1. Dwie pary sił leżące w tej samej płaszczyźnie są równoważne, gdy mają równe momenty:

$$P_1 a_1 = P_2 a_2$$

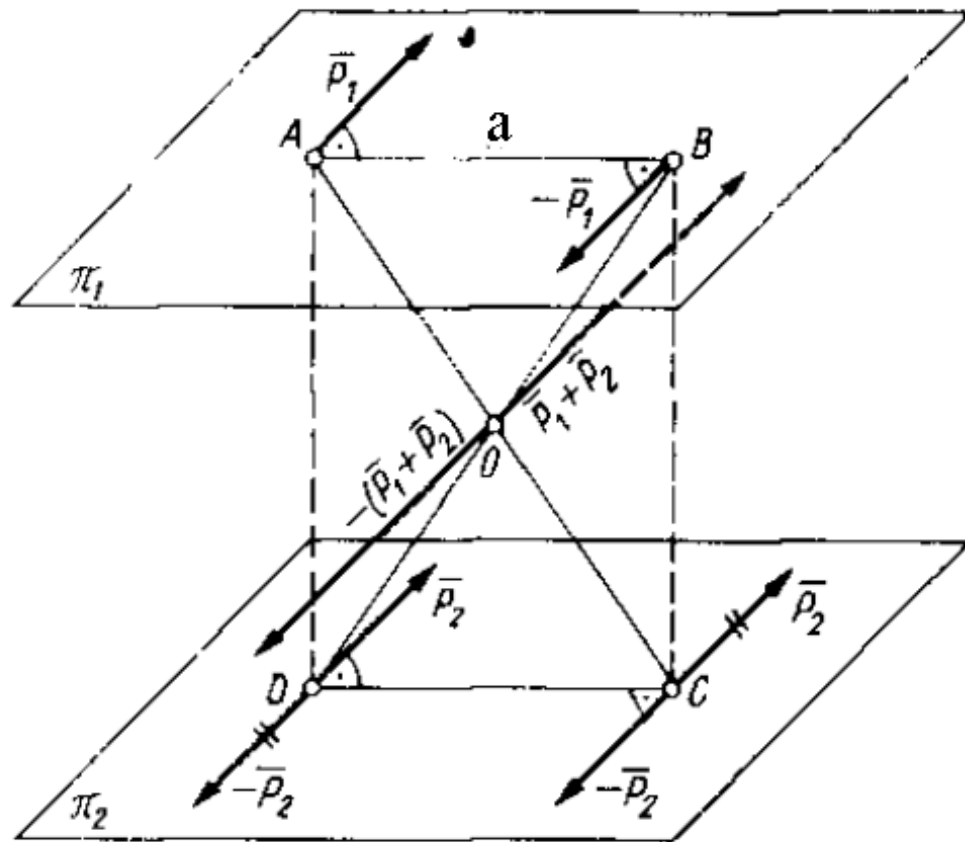


Rys. 7.

Twierdzenie o parach sił

2. Parę sił można przesuwać do dowolnej płaszczyzny równoległej do jej płaszczyzny działania

Rys. 8.

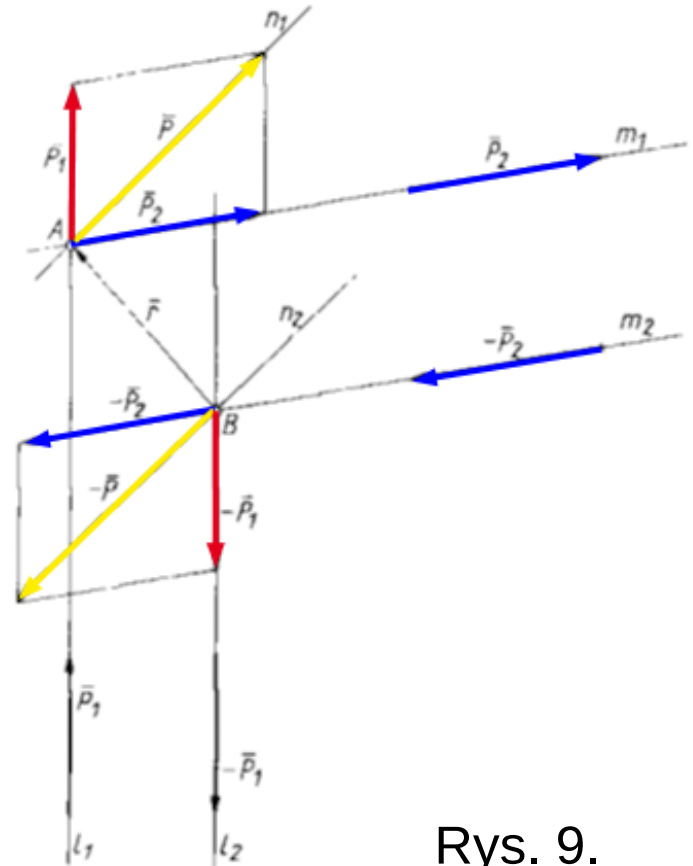


Twierdzenie o parach sił

3. Pary sił działające w jednej płaszczyźnie można zastąpić parą wypadkową o momencie $\bar{M}$, którego wartość jest równa sumie algebraicznej wartości momentów poszczególnych par.

$$M = \sum_{i=1}^n M_i$$

$$\begin{aligned}\bar{M} &= \bar{r} \times \bar{P} = \bar{r} \times (\bar{P}_1 + \bar{P}_2) = \\ &= \bar{r} \times \bar{P}_1 + \bar{r} \times \bar{P}_2 = \bar{M}_1 + \bar{M}_2\end{aligned}$$



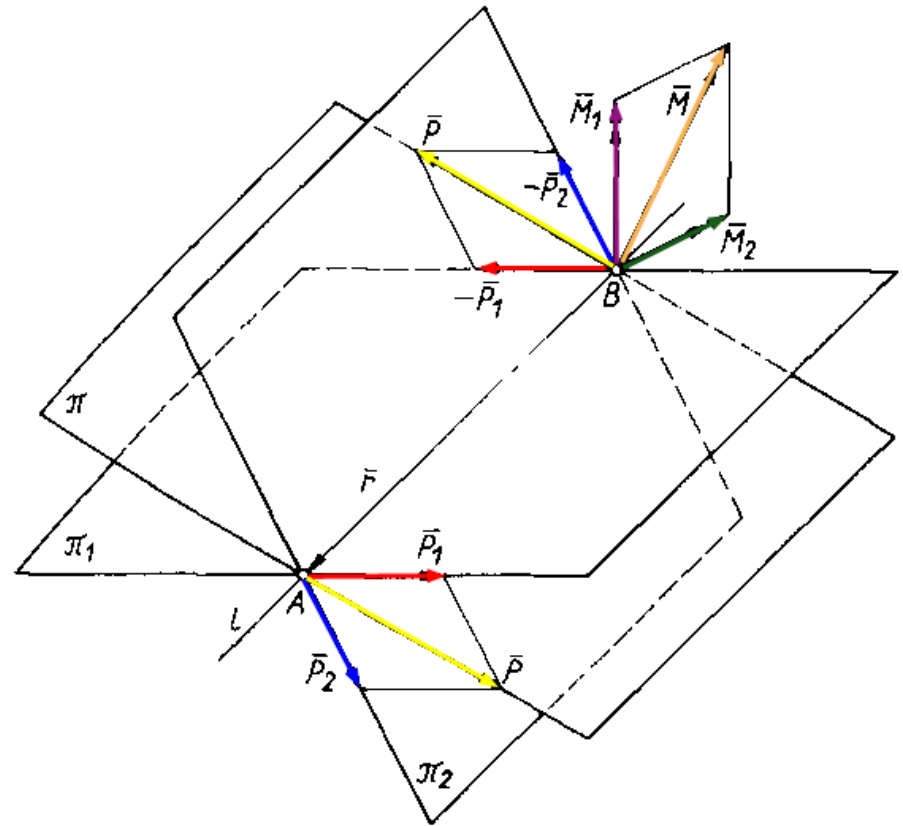
Rys. 9.

Twierdzenie o parach sił

4. Układ n par sił o różnych płaszczyznach działania i o momentach $\bar{M}_k$ można zastąpić parą równoważną o momencie równym sumie geometrycznej momentów par składowych.

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i$$

$$\begin{aligned}\bar{M} &= \bar{r} \times \bar{P} = \bar{r} \times (\bar{P}_1 + \bar{P}_2) = \\ &= \bar{r} \times \bar{P}_1 + \bar{r} \times \bar{P}_2 = \bar{M}_1 + \bar{M}_2\end{aligned}$$



Rys. 10.

Wektor momentu pary sił

Pamiętaj !!!

Momentem pary sił posiada następujące własności:

- jest on prostopadły do płaszczyzny działania obu sił,
- jest niezależny od wyboru punktu 0 i jest wielkością stałą, a jego wartość równa jest iloczynowi wartości jednej z sił pary i odległości między siłami (ramienia pary) $M=Pa$,
- jest wektorem swobodnym, tzn. może być przyłożony w dowolnym punkcie płaszczyzny par sił,
- układ par leżących w jednej płaszczyźnie jest równoważny jednej parze sił, której moment równa się sumie momentów par.

Redukcja i równowaga układu par sił

$$\bar{M} = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i$$

$$\bar{M}_x = \bar{M}_{1x} + \bar{M}_{2x} + \dots + \bar{M}_{nx} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_{ix}$$

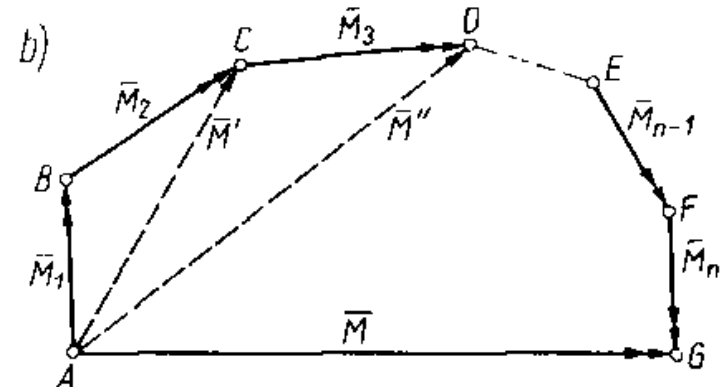
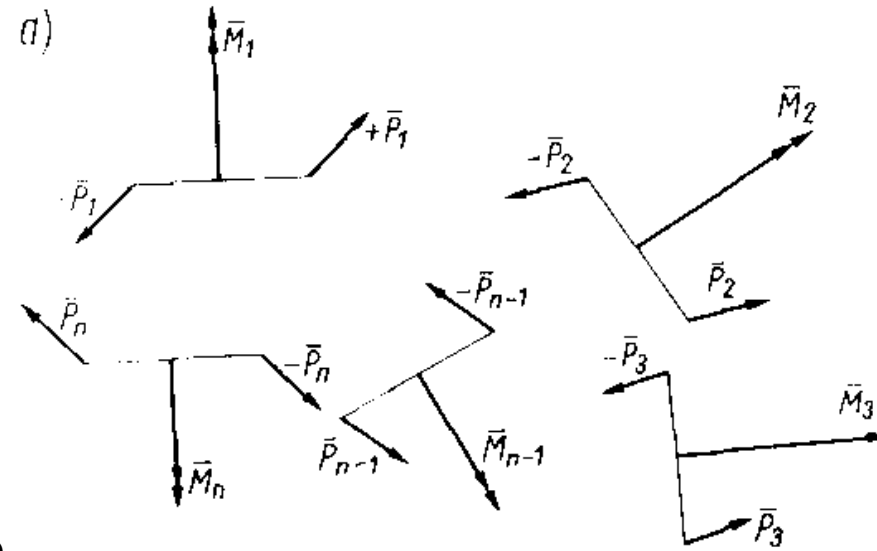
$$\bar{M}_y = \bar{M}_{1y} + \bar{M}_{2y} + \dots + \bar{M}_{ny} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_{iy}$$

$$\bar{M}_z = \bar{M}_{1z} + \bar{M}_{2z} + \dots + \bar{M}_{nz} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_{iz}$$

Wartość momentu M oraz cosinusy kierunkowe

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{M_x}{M} \quad \cos \beta = \frac{M_y}{M} \quad \cos \gamma = \frac{M_z}{M}$$



Redukcja i równowaga układu par sił

Aby pary sił działające na ciało sztywne w różnych płaszczyznach znajdowały się w równowadze, suma geometryczna momentów tych par musi być równa zeru.

$$\overline{M} = \overline{M}_1 + \overline{M}_2 + \dots + \overline{M}_n = \sum_{i=1}^n \overline{M}_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \overline{M}_{ix} = 0$$

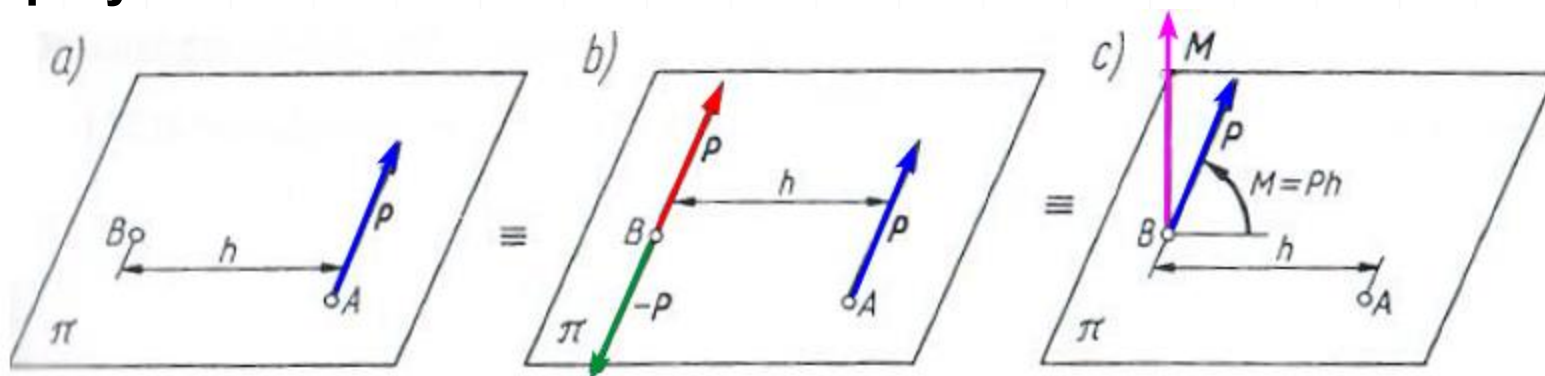
$$\sum_{i=1}^n \overline{M}_{iy} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \overline{M}_{iz} = 0$$

Równoległe przesunięcie

II aksjomat statyki i własności pary sił można dowieść następujące twierdzenie:

Siła, przyłożona w dowolnym punkcie ciała sztywnego, równoważna jest takiej samej sile, przyłożonej w dowolnie innym punkcie tego ciała i parze sił, której moment równy jest momentowi danej siły względem nowego punktu przyłożenia.



Rys. 11. Układy równoważne

Niech w punkcie A ciała sztywnego przyłożona będzie siła $\mathbf{P}$. W punkcie B przykładamy dodatkowo zrównoważony układ sił $(\mathbf{P}', \mathbf{P}'')$, których wypadkowa jest równa 0 taki, że $\mathbf{P}' = -\mathbf{P}''$. Zgodnie z aksjomatem 3 mamy $(\mathbf{P}', \mathbf{P}'', \mathbf{P})$, gdzie wektor główny jest $\mathbf{P}$. Układ sił $(\mathbf{P}', \mathbf{P}'')$ tworzy parę sił, którą można zastąpić momentem pary:

$$M = P \cdot h$$

Ostatecznie otrzymujemy w punkcie B siłę oraz moment.

Redukcja płaskiego układu sił

Płaskim układem sił nazywać będziemy układ „n” sił, których linie działania leżą w jednej płaszczyźnie. Za tę płaszczyznę przyjmiemy płaszczyznę „x y”

Zapis analityczny siły redukuje się do postaci:

$$\bar{P}_i = \bar{i}P_{ix} + \bar{j}P_{iy}$$

Korzystając z definicji momentu względem osi, moment główny może być zapisany również w postaci:

$$\bar{M}_0 = \bar{k} \sum_{i=1}^n \bar{M}_{iz} = M_0 \bar{k}$$

Gdzie: M_0 jest algebraiczną wartością momentu głównego.

Warunki równowagi

Dowolny układ sił jest w równowadze jeżeli wektor główny tego układu jest równy zeru oraz moment główny względem dowolnego punktu jest równy zeru, tzn.

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^n \bar{P}_i = 0 \qquad \bar{M}_0 = \sum_{i=1}^n (\bar{r}_i \times \bar{P}_i) = 0$$

Równania wektorowe zapisać można w następującej równoważnej postaci skalarnej:

$$\begin{array}{lll} \sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 & \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 & \sum_{i=1}^n P_{iz} = 0 \\ \sum_{i=1}^n M_{ix} = 0 & \sum_{i=1}^n M_{iy} = 0 & \sum_{i=1}^n M_{iz} = 0 \end{array}$$

Warunki równowagi

Płaski układ sił. Warunki równowagi płaskiego układu sił otrzymuje się natychmiast z równań przestrzennego układu, które redukują się do trzech:

$$\sum_{i=1}^n P_{ix} = 0 \quad \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_{iz} = 0$$

I. Jeżeli moment układu względem trzech dowolnych punktów nieleżących na jednej prostej jest równy zero to płaski układ sił jest w równowadze:

$$\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_{iB} = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_{iC} = 0$$

II. Jeżeli moment układu sił względem dwóch punktów jest równy zero oraz rzut sił na oś nieprostokątną do odcinka łączącego te punkty jest równy zero to płaski układ sił jest w równowadze:

$$\sum_{i=1}^n P_{il} = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_{iA} = 0 \quad \sum_{i=1}^n M_{iB} = 0$$

Redukcja układu sił. Redukcja w układach statycznie wyznaczalnych

Jeżeli liczba niewiadomych reakcji jest równa liczbie niezależnych liniowo równań równowagi, które możemy napisać dla danego układu ciał, to reakcje możemy obliczyć jednoznacznie. Taki układ ciał nazywamy układem statycznie wyznaczalnym.

Warunki równowagi ciała przy uwzględnieniu tarcia

Tarcie

Tarciem nazywamy zjawisko powstawania osi stycznych do powierzchni styku dwóch ciał. Są to siły bierne, czyli reakcje.

Podział:

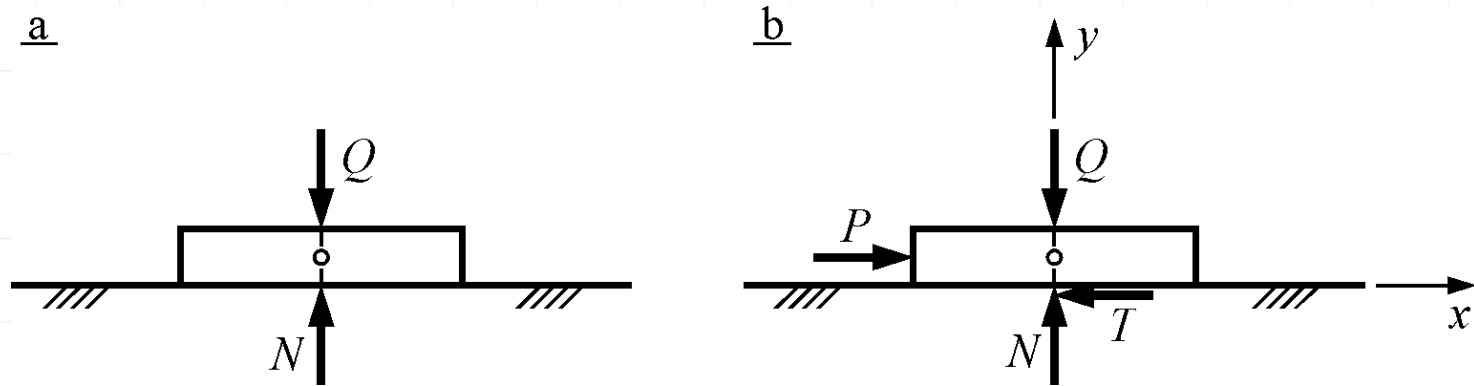
- ze względu na środowisko: tarcie suche, płynne, mieszane, graniczne itp.
- ze względu na charakter ruchu: tarcie ślizgowe i toczne

Tarcie statyczne (spoczynkowe) – tarcie pomiędzy ciałami, które nie przemieszczają się między sobą.

Tarcie kinetyczne (ruchowe) – tarcie (ślizgowe bądź toczne) występujące pomiędzy ciałami wzajemnie przemieszczającymi się.

Tarcie ślizgowe (posuwiste)

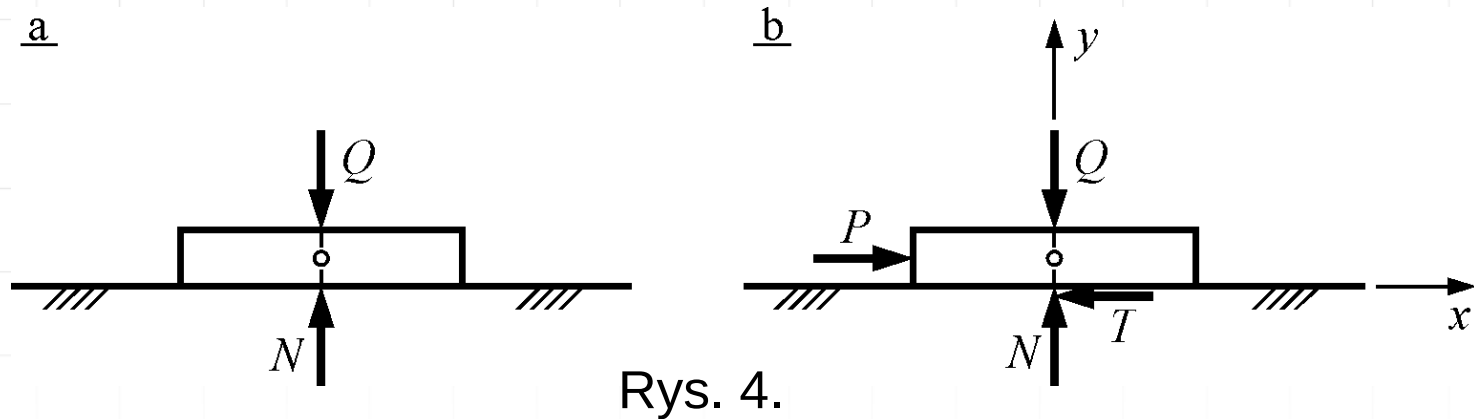
Dla wyjaśnienia podstawowych właściwości sił tarcia dokonamy analizy schematu przedstawionego na rysunku 4.



Rys. 4.

Ciężar tarczy Q jest zrównoważony przez rozłożony nacisk podłoża na tarczę. Nacisk rozłożony zastępujemy siłą skupioną N . Więzy mają charakter jednostronny nieidealny. Powierzchnie styku tarczy i podłoża są szorstkie (Rys. 4a).

Tarcie ślizgowe (posuwiste)



Przy próbie przesunięcia tarczy za pomocą poziomej siły P pojawia się rozłożona siła tarcia, którą zastępujemy siłą skupioną T (Rys. 4b).

Warunek równowagi według wielkości skalarnych:

$$P = T, \quad Q = N$$

Tarcie ślizgowe w równowadze

Zwiększając siłę czynną P dochodzimy do stanu krytycznego, przy którym tarcza traci równowagę statyczną i zaczyna poruszać się po powierzchni. Siłę tarcia odpowiadającą stanowi krytycznemu nazywamy **maksymalną siłą tarcia** i jej wartość oznaczamy T .

Siła tarcia jest proporcjonalna do reakcji normalnej N , czyli:

$$T = \mu N \qquad 0 < \mu < 1$$

Bezwymiarowy współczynnik proporcjonalności μ , zwany **współczynnikiem tarcia ślizgowego**, zależy od rodzaju stykających się ciał (rodzaju powierzchni).

Przytoczone zależności tarcia ślizgowego zbadał i upowszechnił **Charles Coulomb** stąd mówimy o tzw. tarcu kulombowskim.

Tarcie ślizgowe w równowadze

Układ sił działających na tarczę traktuje się w przybliżeniu jako płaski zbieżny układ sił. W stanie równowagi granicznej spełnione są dwa równania równowagi statycznej (2RRS)

$$\sum X = 0: \quad P - T = 0 \quad \Rightarrow \quad P = T$$

$$\sum Y = 0: \quad N - Q = 0 \quad \Rightarrow \quad N = Q$$

Tarcie ślizgowe

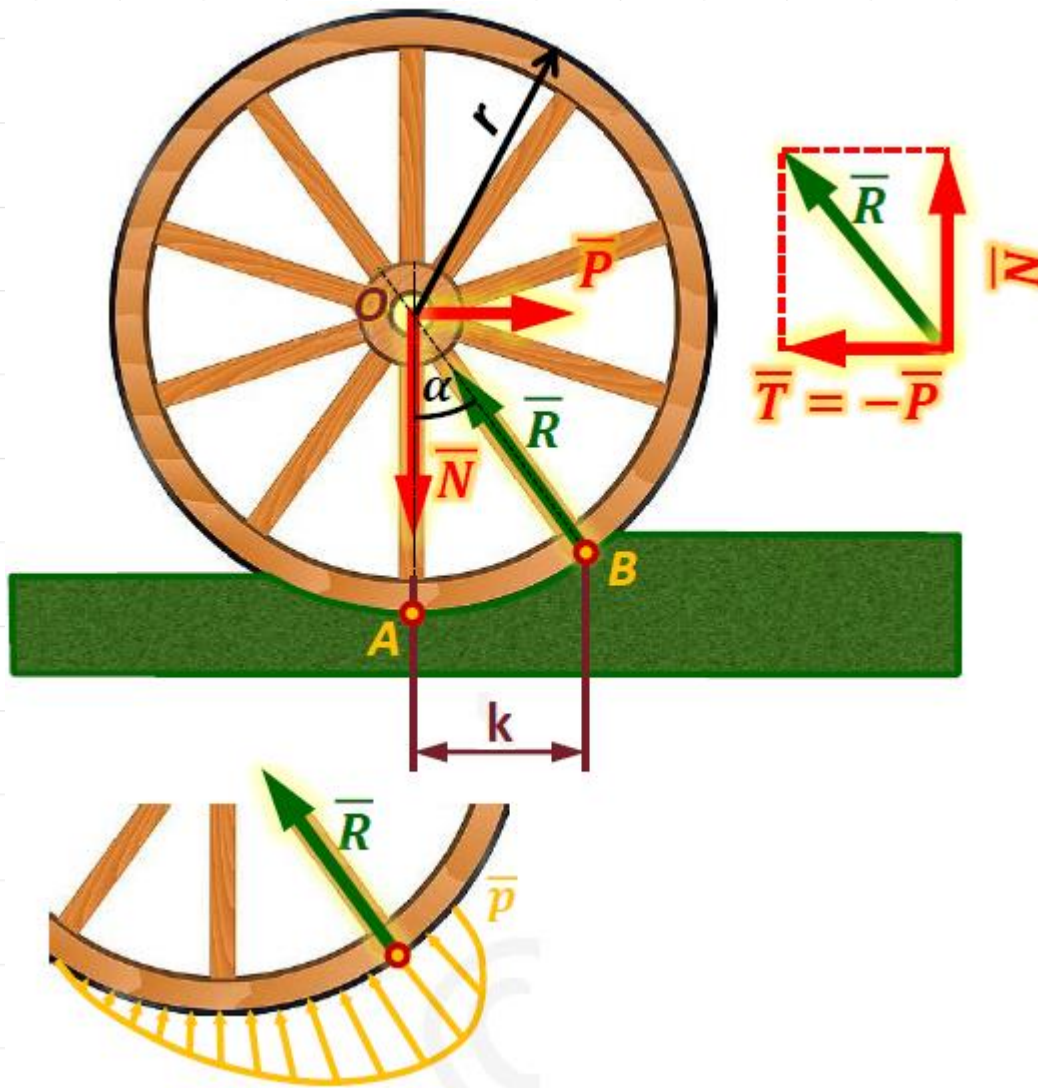
Zapamiętaj !!!

1. Siła tarcia jest niezależna od wielkości powierzchni stykających się ze sobą ciał i zależy jedynie od ich rodzaju,
2. Wartość siły tarcia dla ciała znajdującego się w spoczynku może zmienić się od zera do granicznej wartości, proporcjonalnej do całkowitego nacisku normalnego,
3. W przypadku, gdy ciało ślizga się po pewnej powierzchni, siła tarcia jest zawsze skierowana przeciwnie do kierunku ruchu i jest mniejsza od granicznej wartości.

Ciała pozostają w stanie równowagi względnej, dopóki siła styczna ***P*** nie przekroczy wartości rozwiniętego tarcia statycznego, to jest gdy:

$$P = T \leq \mu \cdot N$$

Tarcie toczone



Rys. 14.

$\overline{N}$ – siła docisku

$\overline{P}$ – siła przetaczająca

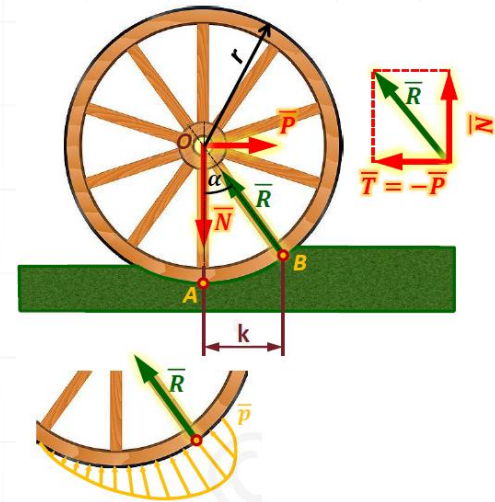
$\overline{R}$ – reakcja od podłoża

k – ramię oporu toczenia
(współczynnik tarcia
tocznego)

r – promień koła

Tarcie toczne

- 1) Punktowo przyłożona siła reakcji $\vec{R}$ reprezentuje oddziaływanie pomiędzy podłożem a kołem, które ze względu na ich odkształcalność ma w rzeczywistości charakter nacisków działających na pewnej powierzchni.
- 2) W przypadku działania siły czynnej $\vec{P}$ równowaga koła jest możliwa tylko wówczas, gdy reprezentująca reakcję podłoża siła $\vec{R}$ jest przyłożona w punkcie odsuniętym od linii działania siły docisku($\vec{N}$) o pewien odcinek k (ramię oporu toczenia) i nachylona względem tej linii o pewien kąt α zgodnie z twierdzeniem o trzech siłach.

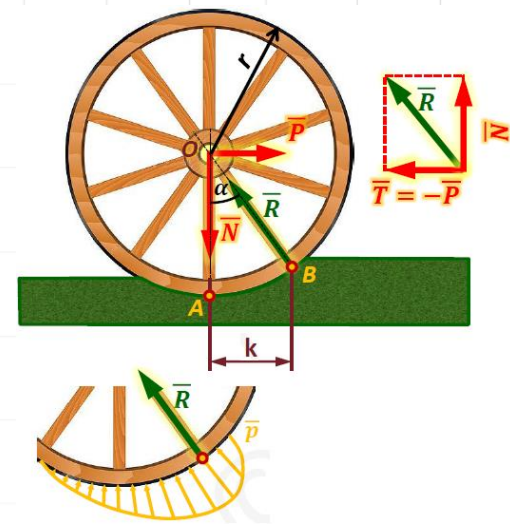


Tarcie toczne

$$M_B = rP \quad k = \frac{r \cdot P}{N}$$

$$\sum X = 0: P - T = 0, \Rightarrow T = P$$

$$\sum Y = 0: N - Q = 0, \Rightarrow N = Q$$

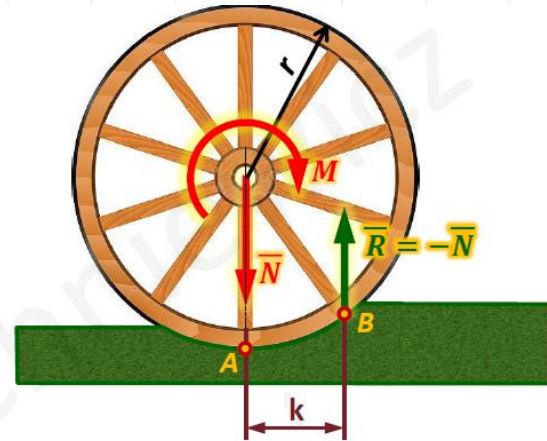
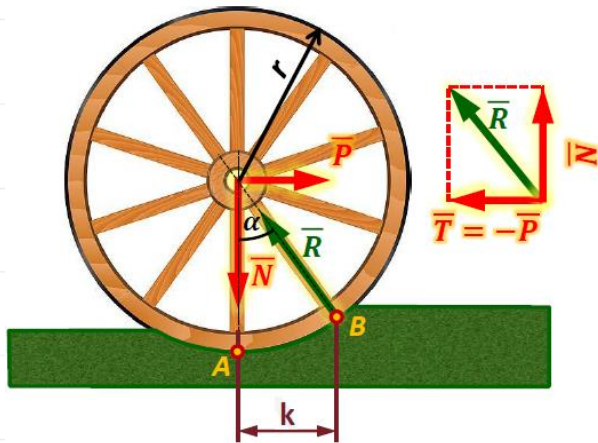


$$\sum_{i=1}^n M_{iB} = 0 \quad \xrightarrow{\alpha \rightarrow 0} \quad N \cdot k - P \cdot r = 0 \quad \Rightarrow \quad P = N \cdot \frac{k}{r}$$

Nie nastąpi poślizg koła gdy:

$$P < T = N \cdot \mu_t, \quad \frac{k}{r} = \mu_t \quad \left(\text{zwykle } \frac{k}{r} \ll \mu_t \right)$$

Tarcie toczne



$$T = N \frac{k}{r} = \mu_t N$$

$$M_T = N \cdot k$$

Wzór na siłę/moment tarcia tocznego opisuje w przypadku ciała w spoczynku, maksymalną siłę/moment jaką/jaki można przyłożyć nie wprowadzając w ruch ciała.

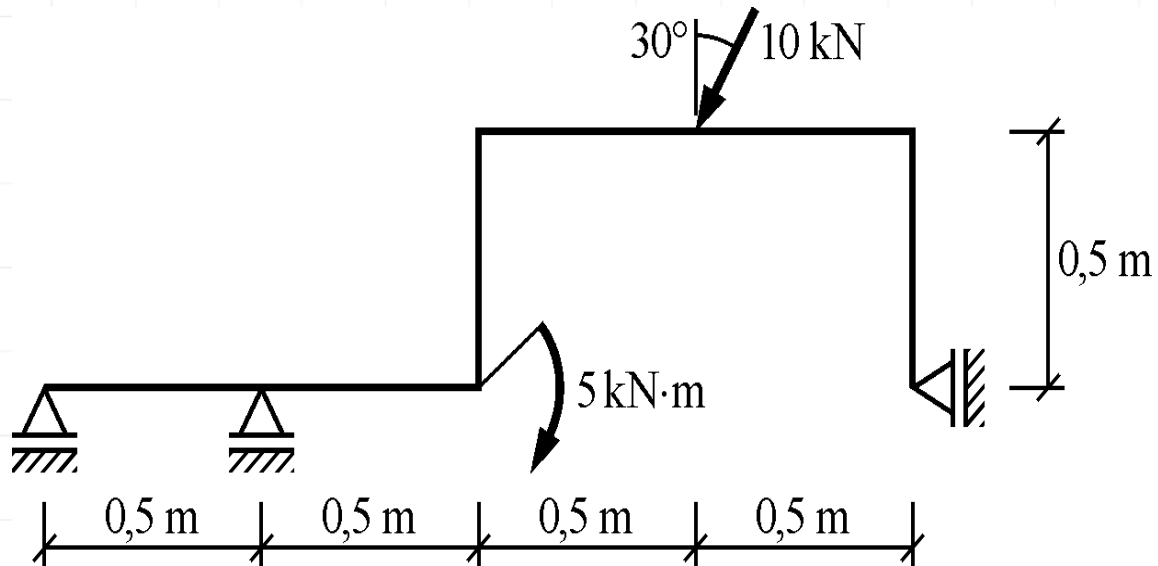
Tarcie toczne

Wartości wybranych współczynników tarcia tocznego

Koło	Podłoże	k
Drewniane	Drewniane	0,05 – 0,06
Stalowe	Szyna stalowa	0,005
Żeliwne	Żeliwne	0,005
Drewniane	stalowe	0,03-0,04
Kulka stalowa hartowana	stalowa	0,001

Zadanie 1

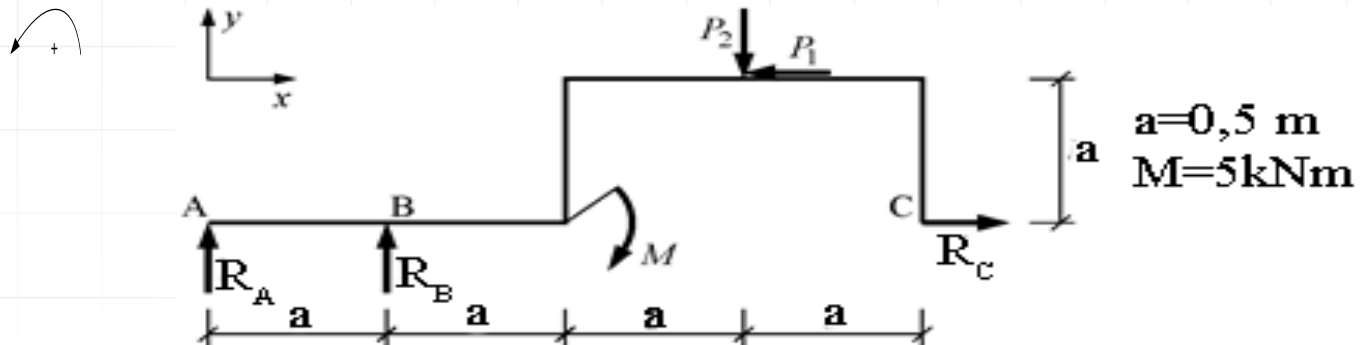
Wyznaczyć reakcje na podporach ramy (rys. 1).



Rys. 1.

Rozwiązanie 1

Schemat obliczeniowy.



$$P_1 = P \sin 30^\circ = 10 \cdot \frac{1}{2} = 5 \text{ kN}$$

$$P_2 = P \cos 30^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ kN}$$

Rozwiązanie 1

3RRS

$$\sum P_x = 0 \quad \Rightarrow \quad R_C - P_1 = 0 \rightarrow R_C = P_1 = 5[\text{kN}]$$

$$\sum P_y = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B - P_2 = 0 \rightarrow R_A = -R_B + P_2$$

$$\sum M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B \cdot a - M + P_1 \cdot a - P_2 \cdot 3a = 0 \rightarrow R_B = \frac{M - P_1 a + P_2 3a}{a} = 31[\text{kN}]$$

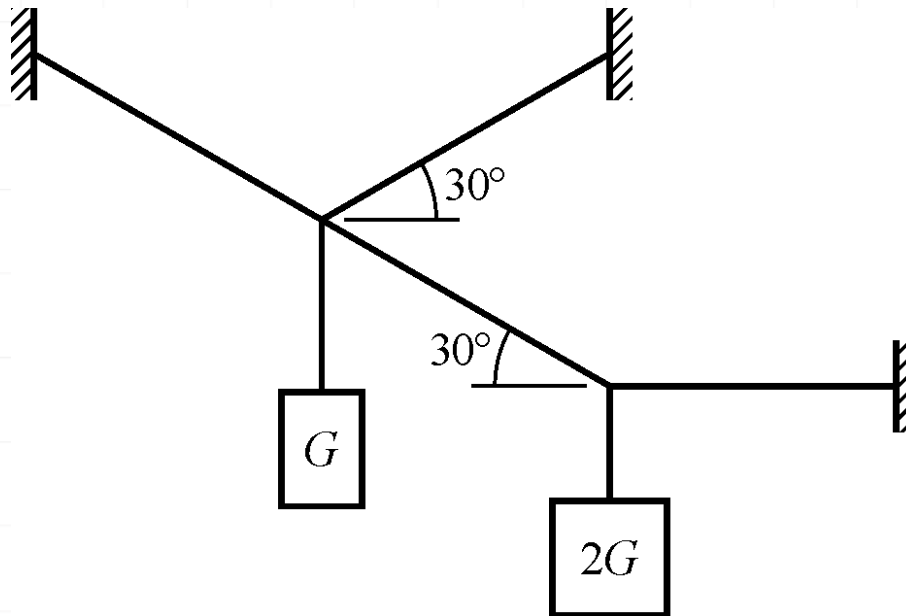
$$R_A = -R_B + P_2 \rightarrow -31 + 8,7 = -22,3[\text{kN}]$$

Interpretacja

Przewidziano poprawnie zwroty R_B , R_C . Rzeczywisty zwrot R_A jest przeciwny do założonego na schemacie obliczeniowym.

Zadanie 2

Dwa bloki o ciężarach G , $2G$ podwieszono za pomocą lin. Wyznaczyć naciągi lin. Masę lin pominąć (rys. 1).

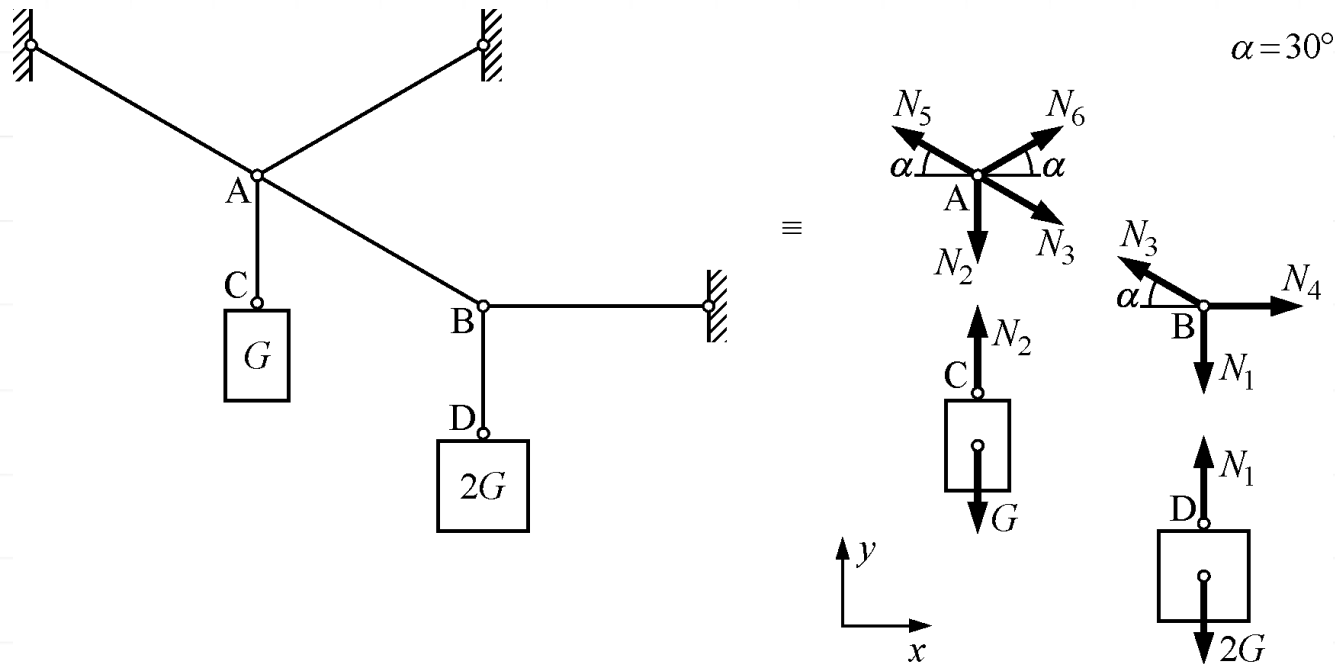


Rys. 1.

Rozwiązanie 2

Prostoliniowe odcinki lin modelujemy za pomocą więzi elementarnych rozciąganych. Łącznie jest 6 odcinków lin, należy zatem sformułować 6RRS. Myślowo przecinamy liny w punktach A, B, C, D, ujawniając naciągi lin:

Schemat obliczeniowy:



Rozwiązanie 2

Dla D: 1RRS (kolinearny – współliniowy):

$$\sum P_{iy} = 0 \Rightarrow N_1 - 2G = 0 \Rightarrow N_1 = 2G$$

Dla C: 1RRS (kolinearny – współliniowy):

$$\sum P_{iy} = 0 \Rightarrow N_2 - G = 0 \Rightarrow N_2 = G$$

Dla B: 2RRS (zbieżny):

$$\sum P_{ix} = 0 \Rightarrow -N_3 \cos \alpha + N_4 = 0$$

$$\sum P_{iy} = 0 \Rightarrow N_3 \sin \alpha - N_1 = 0$$

Rozwiązanie 2

$$\begin{cases} -\frac{\sqrt{3}}{3} N_3 + N_4 = 0 \\ \frac{1}{2} N_3 = 2G \end{cases} \quad | \cdot 2$$

$$N_3 = 4G$$

$$N_4 = \frac{\sqrt{3}}{2} N_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 4G = 2\sqrt{3}G$$

Dla A: 2RRS (zbieżny):

$$\sum P_{ix} = 0 \Rightarrow -N_5 \cos \alpha + N_6 \cos \alpha + N_3 \cos \alpha = 0 \quad | : \cos \alpha$$

$$\sum P_{iy} = 0 \Rightarrow N_5 \sin \alpha + N_6 \sin \alpha - N_3 \sin \alpha - N_2 = 0$$

Rozwiązanie 2

$$\begin{cases} -N_5 + N_6 + 4G = 0 \\ \frac{1}{2}(N_5 + N_6 - 4G) = G \end{cases} \quad | \cdot 2$$

$$N_6 = N_5 - 4G$$

$$N_5 + N_6 = 6G$$

$$N_5 + N_5 - 4G = 6G \Rightarrow 2N_5 = 10G \quad | : 2$$

$$N_5 = 5G$$

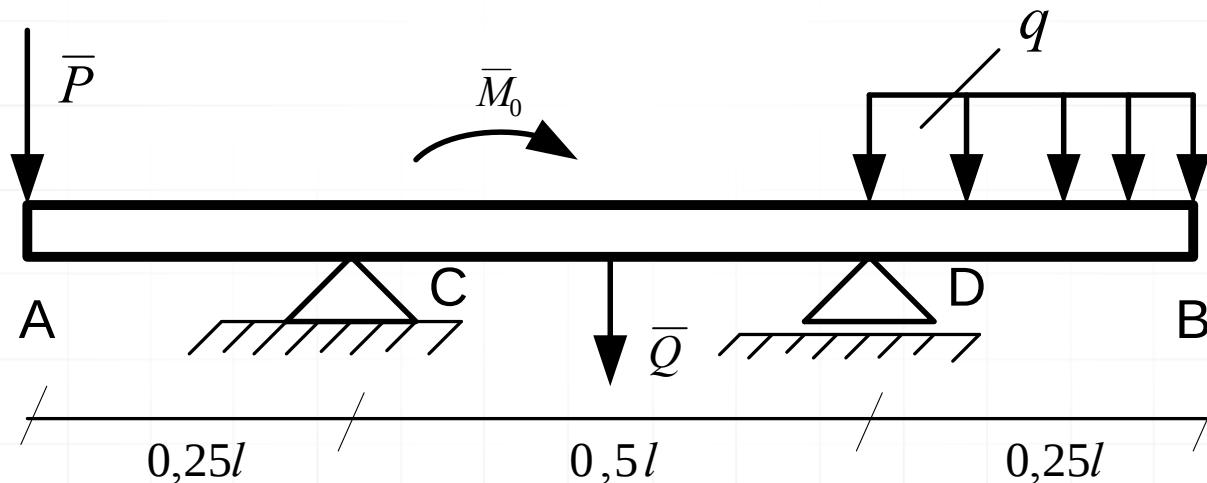
$$N_6 = 5G - 4G = G$$

$$\text{Odp. } N_1 = 2G \quad N_2 = G \quad N_3 = 4G \quad N_4 = 2\sqrt{3}G \quad N_5 = 5G \quad N_6 = G$$

Zadanie 3

Belka AB o długości $l = 4,8\text{m}$ i ciężarze $Q = 200\text{N}$ wsparta jest na dwóch podporach w punktach C i D (rys. 1).

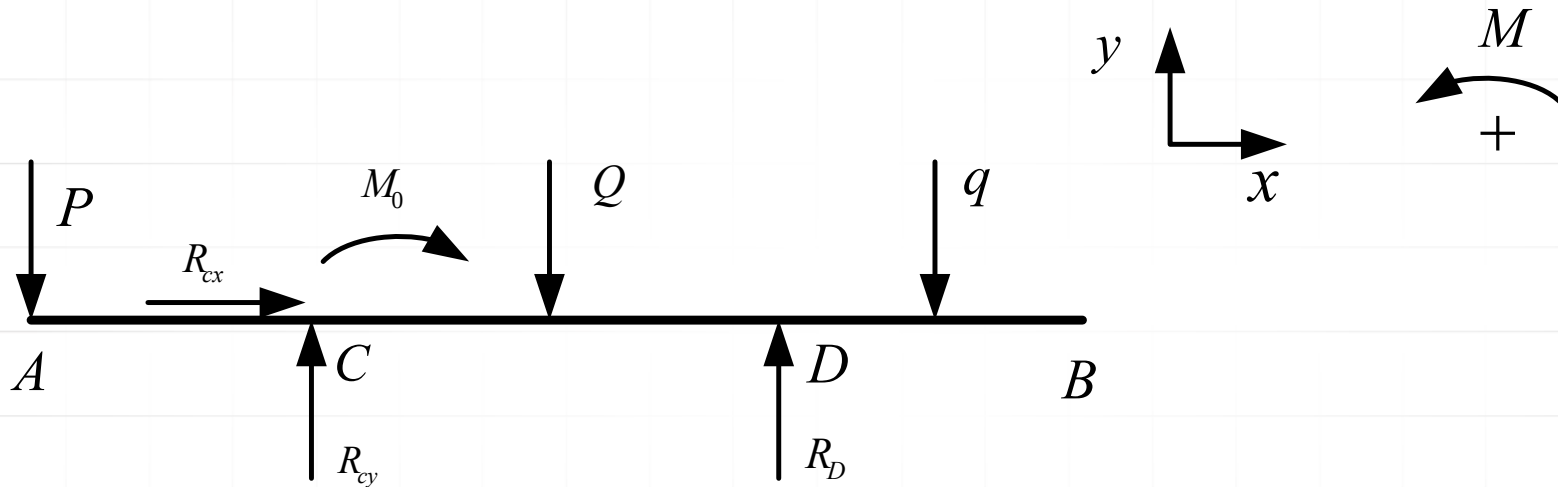
Dodatkowo na belkę działa pionowa siła $P = 400\text{N}$, para sił o momencie $M_0 = 200\text{Nm}$, a na odcinku DB obciążenie ciągłe $q = 7\text{N/cm}$. Wyznaczyć reakcje podporowe belki w punktach C i D, jeżeli $AC = DB = l/4$ i $CD = l/2$.



Rys. 1.

Rozwiązanie 3

Wyznaczamy siły bierne i orientujemy układ współrzędnych przyjmując następujący układ obliczeniowy:



$$\sum P_{ix} = 0 \Rightarrow R_{Cx} = 0$$

$$\sum P_{iy} = 0 \Rightarrow -P + R_{Cy} - Q + R_D - q = 0$$

Rozwiązanie 3

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_{Cy} \cdot 0,25l - Q \cdot 0,5l + \\ + R_D \cdot 0,75l - q \cdot 0,875l - M_0 = 0$$

$$q = 120 \cdot 7 = 840 \text{ [N]}$$

$$R_{Cy} = P + Q + q - R_D \quad \Rightarrow R_{Cy} = 1440 - R_D$$

$$1,2R_{Cy} + 3,6R_D = 4208$$

$$R_D \approx 1033 \text{ [N]} \quad R_{Cy} \approx 407 \text{ [N]}$$